

त्रुटि

❖ त्रुटि की परिभाषा

$$\text{Error} = \text{Measured Value} - \text{True Value}$$

त्रुटियाँ होती हैं क्योंकि कोई माप पूरी तरह से सटीक नहीं होता है।

❖ त्रुटियों के प्रकार

त्रुटियाँ मुख्य रूप से **तीन प्रकार की होती हैं:**

1. व्यवस्थित त्रुटियाँ

ये त्रुटियाँ एक निश्चित कारण के कारण होती हैं और आमतौर पर एक ही दिशा में दोहराई जाती हैं।

कारण

- दोषपूर्ण उपकरण
- गलत अंशांकन
- अवलोकन की अनुचित विधि
- पर्यावरण की स्थिति

उदाहरण

- 5 मिनट धीमी गति से चलने वाली घड़ी
- 1 सेमी अतिरिक्त दिखाने वाला पैमाना

सुविधाएँ

- बार-बार माप समान गलत परिणाम देते हैं
- अक्सर ठीक किया जा सकता है

❖ व्यवस्थित त्रुटियों के प्रकार

1. व्यवस्थित त्रुटि

(a) वाद्य त्रुटियाँ

दोषपूर्ण उपकरणों के कारण।

उदाहरण: एक थर्मामीटर ठीक से कैलिब्रेट नहीं किया गया है।

(b) व्यक्तिगत त्रुटियाँ

मानवीय गलतियों के कारण।

उदाहरण: लंबन के कारण गलत पढ़ना।

(c) पर्यावरणीय त्रुटियाँ

परिवेश के कारण।

उदाहरण: माप को प्रभावित करने वाला तापमान।

2. यादृच्छिक त्रुटियाँ

ये त्रुटियाँ गलती से होती हैं और माप से माप में भिन्न होती हैं।

कारण

- पर्यावरण में छोटे-छोटे बदलाव
- पर्यवेक्षक विविधताएं
- अप्रत्याशित उतार-चढ़ाव

उदाहरण

- पेंडुलम का समय अलग-अलग रीडिंग

सुविधाएँ

- कभी सकारात्मक, कभी नकारात्मक
- कई अवलोकन लेकर और औसत की गणना करके कम किया गया

3. सकल त्रुटियाँ या कम से कम गणना त्रुटि

लापरवाही के कारण होने वाली ये बड़ी गलतियाँ हैं।

उदाहरण

- 51 के बजाय 15 लिखना
- गलत इकाइयों का उपयोग करना

सुविधाएँ

- मानवीय भूलियाँ
- सावधानीपूर्वक अवलोकन से बचा गया

महत्वपूर्ण शर्तें

पूर्ण त्रुटि

सही मूल्य और मापा मूल्य के बीच अंतर।

$$\text{Absolute Error} = | \text{Measured Value} - \text{True Value} |$$

मीन निरपेक्ष त्रुटि

सभी पूर्ण त्रुटियों का औसत।

$$\Delta a_{\text{mean}} = \frac{\Delta a_1 + \Delta a_2 + \Delta a_3 + \dots}{n}$$

सापेक्ष त्रुटि

माध्य निरपेक्ष त्रुटि और माध्य मान का अनुपात।

$$\text{Relative Error} = \frac{\text{Mean Absolute Error}}{\text{Mean Value}}$$

प्रतिशत त्रुटि

100 × सापेक्ष त्रुटि

$$\text{Percentage Error} = \text{Relative Error} \times 100$$

त्रुटि बीजगणित सूत्र सूची

1. पूर्ण त्रुटि

यदि सही मान है और मापा मूल्य है: $A A_m$

$$\Delta A = | A_m - A |$$

2. मीन एब्सोल्यूट एरर

बार-बार माप के लिए:

$$\Delta A_{\text{mean}} = \frac{\Delta A_1 + \Delta A_2 + \Delta A_3 + \dots}{n}$$

3. सापेक्ष त्रुटि

$$\text{Relative Error} = \frac{\Delta A}{A}$$

4. प्रतिशत त्रुटि

$$\% \text{ Error} = \frac{\Delta A}{A} \times 100$$

5. जोड़ में त्रुटि

अगर

$$Z = A + B$$

फिर

$$\Delta Z = \Delta A + \Delta B$$

6. घटाव में त्रुटि

अगर

$$Z = A - B$$

फिर

$$\Delta Z = \Delta A + \Delta B$$

7. गुणन में त्रुटि

अगर

$$Z = AB$$

फिर सापेक्ष त्रुटियां जोड़ें:

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$$

प्रतिशत प्रपत्र:

$$\% \Delta Z = \% \Delta A + \% \Delta B$$

8. विभाजन में त्रुटि

अगर

$$Z = \frac{A}{B}$$

फिर

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$$

9. शक्ति में त्रुटि

अगर

$$Z = A^n$$

फिर

$$\frac{\Delta Z}{Z} = n \frac{\Delta A}{A}$$

प्रतिशत प्रपत्र:

$$\% \Delta Z = n(\% \Delta A)$$

10. रूट में त्रुटि

अगर

$$Z = \sqrt[n]{A}$$

फिर

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{1}{n} \frac{\Delta A}{A}$$

11. सामान्य शक्ति सूत्र

अगर

$$Z = \frac{A^p B^q}{C^r}$$

फिर

$$\frac{\Delta Z}{Z} = p \frac{\Delta A}{A} + q \frac{\Delta B}{B} + r \frac{\Delta C}{C}$$

Physics by N.K. Mishra